

# BIEG PO INDEKS – edycja XXVIII

## Etap I

### Zestaw 1

#### Matematyka

Zadanie 1.

Wyznaczyć wszystkie wartości parametru  $a$ , dla których rozwiązania nierówności  $x^2 + (a-5)x - 2a^2 + 2a + 4 \leq 0$  tworzą przedział o długości większej niż 6.

Zadanie 2.

W kulę o promieniu  $R$  wpisano stożek, którego wysokość jest równa średnicy podstawy. Obliczyć stosunek objętości kuli do objętości stożka.

Zadanie 3.

Obliczyć pole trójkąta prostokątnego, którego wszystkie wierzchołki leżą na paraboli  $y = \frac{1}{2}x^2 - x + \frac{5}{2}$  wiedząc, że jeden z wierzchołków trójkąta znajduje się w wierzchołku paraboli, a wierzchołek przy kącie prostym leży w punkcie styczności danej paraboli z prostą równoległą do prostej  $y = 2x - 5$ .

Zadanie 4.

Suma trzech początkowych wyrazów zbieżnego ciągu geometrycznego o wyrazach dodatnich  $\frac{13}{15}$ , natomiast suma ich odwrotności wynosi  $\frac{65}{3}$ . Obliczyć sumę wszystkich wyrazów tego ciągu.

Zadanie 5.

Ze zbioru liczb  $\{1, 2, 3, \dots, 2n+5\}$  losujemy trzy liczby. Obliczyć prawdopodobieństwo, że ich suma jest liczbą parzystą.

## Informatyka

### Zadanie 1.

W przeszłości telefonu komórkowe posiadały funkcję kompozytora, która pozwalała na wprowadzanie własnych melodii (dzwonków) za pomocą klawiatury telefonu. Napisz własny program, który odtworzy zakodowaną melodię za pomocą PC speaker. Przyjmij, że kolejne nuty melodii w kodzie będą oddzielone spacjami, a każda z nut będzie opisana wyrażeniem *WDO*, gdzie:

- W – kod długości trwania nuty: 1 oznacza całą nutę, 2 – półnutę, 4 – ćwierćnutę, 8 – ósemkę (uwaga: cyfra reprezentująca długość faktycznie jest dzielnikiem czasu trwania całej nuty);
- D – nazwa dźwięku z szeregu chromatycznego (nazwy i odpowiadające im częstotliwości dla oktawy razkreślnej podano w tabeli 1);
- O – oktawa tzn. 1 = razkreślna, 2 = dwukreślna, 3 = trzykreślna (podpowiedź: cyfra określająca oktawę to jednocześnie mnożnik częstotliwości).

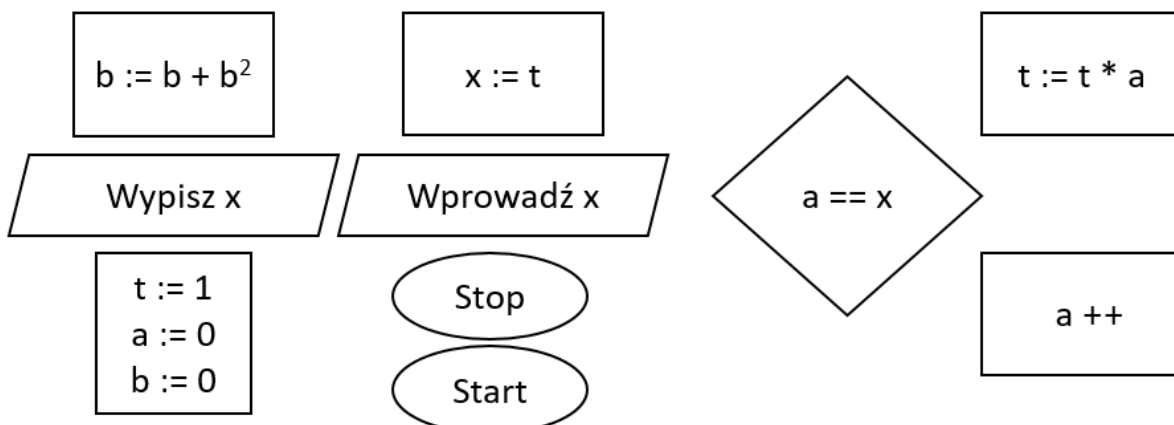
W programie uwzględnij również kodowanie pauzy (przerwy w brzmieniu) za pomocą nazwy dodatkowego „głuchego” dźwięku P. Do uproszczenia zadania przyjmij czas trwania całej nuty równy 2 sekundy. Oto kod jego pierwszej melodii: 8C1, 8D1, 8E1, 8F1, 4G1, 4E1, 4G1, 4E1, 8E1, 8E1, 8D1, 8D1, 2C1, 8C1, 8D1, 8E1, 8F1, 4G1, 4E1, 4G1, 4E1, 8E1, 8E1, 8D1, 8D1, 2C1.

Tabela 1

| Dźwięk | Częstotliwość, Hz |
|--------|-------------------|
| C      | 261,6             |
| D      | 293,7             |
| E      | 329,6             |
| F      | 349,2             |
| G      | 391,9             |
| A      | 440,0             |
| H      | 493,9             |

### Zadanie 2

Ułóż prawidłowy schemat blokowy z elementów z rysunku 1. Jeden z elementów jest zbędny, wskaż który to element. Podpowiedź: działanie matematyczne reprezentowane przez algorytm z tego schematu składa się z jednej lub kilku liczb (nie więcej niż x), a wartość poszczególnych liczb jest mniejsza lub równa x.



Rys. 1 Bloki do wykorzystania

### Zadanie 3

Na listingu 2 przedstawiono kod źródłowy znanego algorytmu stosowanego w matematyce. Niestety, gdzieś wkradł się błąd i w wyniku działania programu uzyskiwany jest zły wynik. Prawidłowe wyniki dla wybranych parametrów wejściowych przedstawia tabela 2. Popraw błąd w kodzie programu oraz określ jaki to algorytm.

Tabela 2

| p | q | k | Wynik |
|---|---|---|-------|
| 1 | 2 | 6 | 63    |
| 3 | 2 | 7 | 381   |
| 6 | 3 | 5 | 726   |

Listing 2

```
#include "stdafx.h"
#include <iostream>
using namespace std;
int main() {
    double p, q, w; int k;
    cout << "Podaj p:" << endl;
    cin >> p;
    cout << "Podaj q:" << endl;
    cin >> q;
    cout << "Podaj k:" << endl;
    cin >> k;
    if (q == 1)
        w = p * k;
    w = p * ((1 - atan2l(q, k)) / (1 - q));
    cout << "wynik: " << w << endl;
    system("pause");
    return 0; }
```

### Zadanie 4

Unipolarne silniki krokowe wykorzystywane są często w drukarkach atramentowych. Przykładowy silnik tego typu ma 5 wyprowadzeń, z czego środkowe zawsze powinno być podłączone do logicznego zera (GND), natomiast logiczna jedynka (VCC) na jednym z pozostałych wyprowadzeń powoduje wykonanie jednego kroku przez silnik.

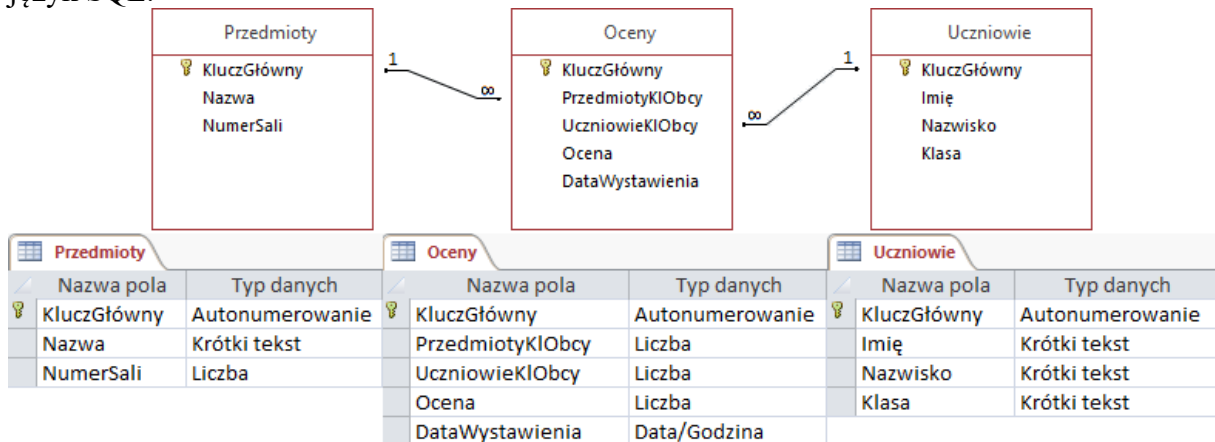
Założ, że silnik sterowany jest przez rejestr 8-bitowego mikrokontrolera, a wyprowadzenia silnika są podłączone do najmniej znaczących bitów tego rejestru (drugi bit to podłączone na stałe logiczne zero).

Następująca sekwencja zapisana kolejno do rejestru spowoduje obrót osi silnika w lewą stronę (przeciwnie do wskazówek zegara): XXX00Z01, XXX00Z10, XXX01Z00, XXX10Z00, XXX00Z01 itd., gdzie Z to w rzeczywistości wartość 0 (w przykładzie zastąpione literą Z aby wskazać bit, który zawsze będzie logicznym zerem), X to bit bez znaczenia.

Napisz program, który rozpoczynając od stanu spoczynku (XXX00Z00 według powyższego zapisu) wykona następujący ruch osi silnika: 3 kroki w lewo, 2 kroki w prawo, 5 kroków w lewo, 9 kroków w prawo. Kolejne wartości rejestru wypisz od nowego wiersza na konsolę w postaci binarnej. Pamiętaj, że zapisanie wartości niezerowej do rejestru powoduje ruch osi silnika.

### Zadanie 5

Elektroniczny dziennik szkolny można stworzyć wykorzystując Microsoft Access. Stwórz kwerendę, która wyświetli średnie ocen dla wszystkich uczniów z przedmiotu Język Polski. Wykorzystaj strukturę danych przedstawioną na rysunku 4. Dane uzupełnij zgodnie z rysunkiem 5. Wynik kwerendy posortuj według nazwiska ucznia. Postaraj się wykorzystać język SQL.



Rys. 4. Struktura elektronicznego dziennika

| KluczGłówny | PrzedmiotyKIObcy | UczniowieKIObcy | Ocena | DataWystawienia |
|-------------|------------------|-----------------|-------|-----------------|
| 1           | 1                | 1               | 4     | 12.01.2017      |
| 2           | 1                | 1               | 5     | 13.01.2017      |
| 3           | 1                | 1               | 2     | 12.01.2017      |
| 4           | 1                | 1               | 3     | 12.01.2017      |
| 5           | 1                | 1               | 4     | 12.01.2017      |
| 6           | 1                | 1               | 1     | 16.01.2017      |
| 7           | 1                | 1               | 2     | 16.01.2017      |
| 8           | 1                | 1               | 2     | 17.01.2017      |
| 9           | 1                | 1               | 2     | 18.01.2017      |
| 10          | 1                | 1               | 1     | 18.01.2017      |
| 11          | 1                | 1               | 5     | 19.01.2017      |

| KluczGłówny | Imię       | Nazwisko    | Klasa |
|-------------|------------|-------------|-------|
| 1           | Jan        | Kowalski    | 2b    |
| 2           | Bartosz    | Nowak       | 2b    |
| 3           | Monika     | Wiśniewska  | 2b    |
| 4           | Agnieszka  | Dąbrowska   | 2b    |
| 5           | Przemysław | Lewandowski | 2b    |

| KluczGłówny | Nazwa        | NumerSali |
|-------------|--------------|-----------|
| 1           | Język Polski | 15        |
| 2           | Matematyka   | 16        |
| 3           | Biologia     | 17        |

Rys. 5 Dane z elektronicznego dziennika

## Fizyka

11. Kółko balansowe, będące w dawniejszych (mechanicznych) zegarach wzorcem czasu, ma okres drgań 0,25 s. Jest ono tak zbudowane, że praktycznie cała jego masa (przyjmijmy, że wynosi 20 g) jest skupiona w obręczy o promieniu 0,5 cm. Jaki jest kątowny współczynnik sprężystości tzw włosa czyli sprężyny będącej składnikiem tego układu drgającego?
12. Układ  $LC$  czyli połączona cewka i kondensator stanowią elektryczny układ drgający. Porównaj zasadę działania tego układu z układem masy na sprężynie. Który z elementów  $L$  i  $C$  odpowiadałby sprężynie a który masie?
13. Rozważmy gumowy balon w kształcie sfery, który przy ciśnieniu absolutnym powietrza wewnątrz równym 1.2 bar ma średnicę 20 cm. Do jakiego ciśnienia należy go napompować by jego średnica wzrosła dwukrotnie? Przyjmij, że ciśnienie zewnętrzne równe jest 1000 hPa. Możemy uznać, że energia sprężystości zgromadzona w gumowej powłoce balonu jest proporcjonalna do kwadratu powierzchni balonu.
14. W jak najkrótszym czasie należy dotrzeć z punktu A do punktu B. Punkt A leży na plaży w odległości 1 km od brzegu, a punkt B to boja w wodzie także odległa o 1 km od brzegu. Odległość między punktami A i B to 1,41 km. Jaką trasę powinien obrać biegacz-pływak jeśli wie, że w wodzie pływa dwa razy wolniej niż biega po plaży? Jak zmieni się sytuacja gdy pływanie jest trzy razy wolniejsze niż bieganie?
15. Wzdłuż płytkiego (0,2 m) wodnego kanału przemieszczają się fale. W pewnym miejscu kanał ulega dalszemu spłyceciu do 0,15 m. Jakich efektów można by się spodziewać pamiętając, że prędkość fal zależna jest od głębokości? Przyjmijmy, że jest to tzw woda płytka, czyli że stosunek głębokości wody do długości fali  $H/\lambda$  jest mniejszy od 0,05. W takim przypadku prędkość fali wyraża się wzorem  $v = (g \cdot H)^{0,5}$ , gdzie  $g$  jest przyspieszeniem ziemskim.