

# BIEG PO INDEKS – edycja XXVIII

## Etap I

### Zestaw 1

#### Matematyka

##### Zadanie 1.

Rozwiązać nierówność:

$$|x^2 - 2x - 3| < |x^2 - x + 4|.$$

##### Zadanie 2.

Wyznaczyć wszystkie liczby całkowite  $k$ , dla których wyrażenie:  $\frac{2k^2 + k - 8}{k - 1}$  jest liczbą całkowitą.

##### Zadanie 3.

Rozwiązać równanie:

$$(x+1)(x+2)(x+3)(x+4) = 120.$$

##### Zadanie 4.

Obliczyć sumę dziesięciu początkowych wyrazów ciągu geometrycznego, dla którego  $a_1 = 3$  oraz  $a_9 - a_5 = 36$ .

##### Zadanie 5.

Dany jest trójkąt  $ABC$ , którego boki mają długości odpowiednio:  $AB = 13$ ,  $BC = 14$ ,  $AC = 15$ . Obliczyć odległość punktu przecięcia się wysokości tego trójkąta od wierzchołka  $A$ .

## Informatyka

### Zadanie 1.

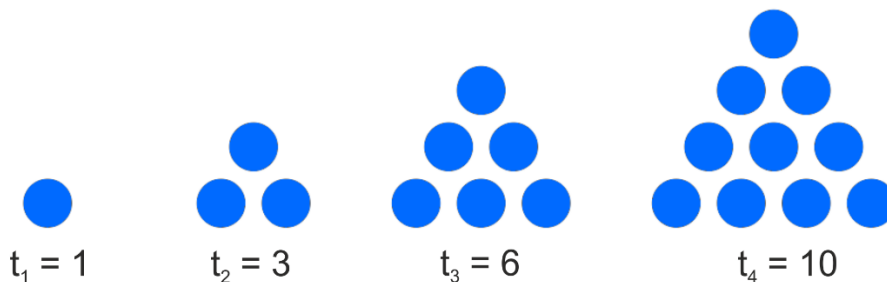
Napisać kod w dowolnym języku programowania, który na podstawie zadanej wartości całkowitej  $K$  ustali z jakich cyfr składa się ta liczba i wyświetli je na ekranie. Na przykład, liczba  $k = 742473272$  składa się z cyfr 7, 4, 2 i 3.

### Zadanie 2.

Adam od najmłodszych lat interesuje się informatyką. Jego pierwszy program pytał użytkownika o imię, a następnie w zależności od imienia (imię męskie lub imię żeńskie) witał użytkownika komunikatem „Witam Pana (imię)!” lub „Witam Panią (imię)!”. Przykładowo Agnieszka zostałaby przywitana przez aplikację komunikatem „Witam Panią Agnieszko!”. Napisz taki program w dowolnym języku programowania, możesz przyjąć uproszczenie, że program będzie działał prawidłowo dla większości imion.

### Zadanie 3.

Wśród liczb naturalnych wyróżnia się tak zwane liczby trójkątne. Liczba trójkątna  $t_k$  reprezentuje liczbę obiektów, które – ustawione w regularnej trójkątnej siatce – mogą utworzyć kształt wypełnionego trójkąta równobocznego. Na przykład,  $t_k$  jest liczbą obiektów jednakowej wielkości, z których ułożono trójkąt równoboczny o boku zbudowanym z  $k$  obiektów (rys. 1).



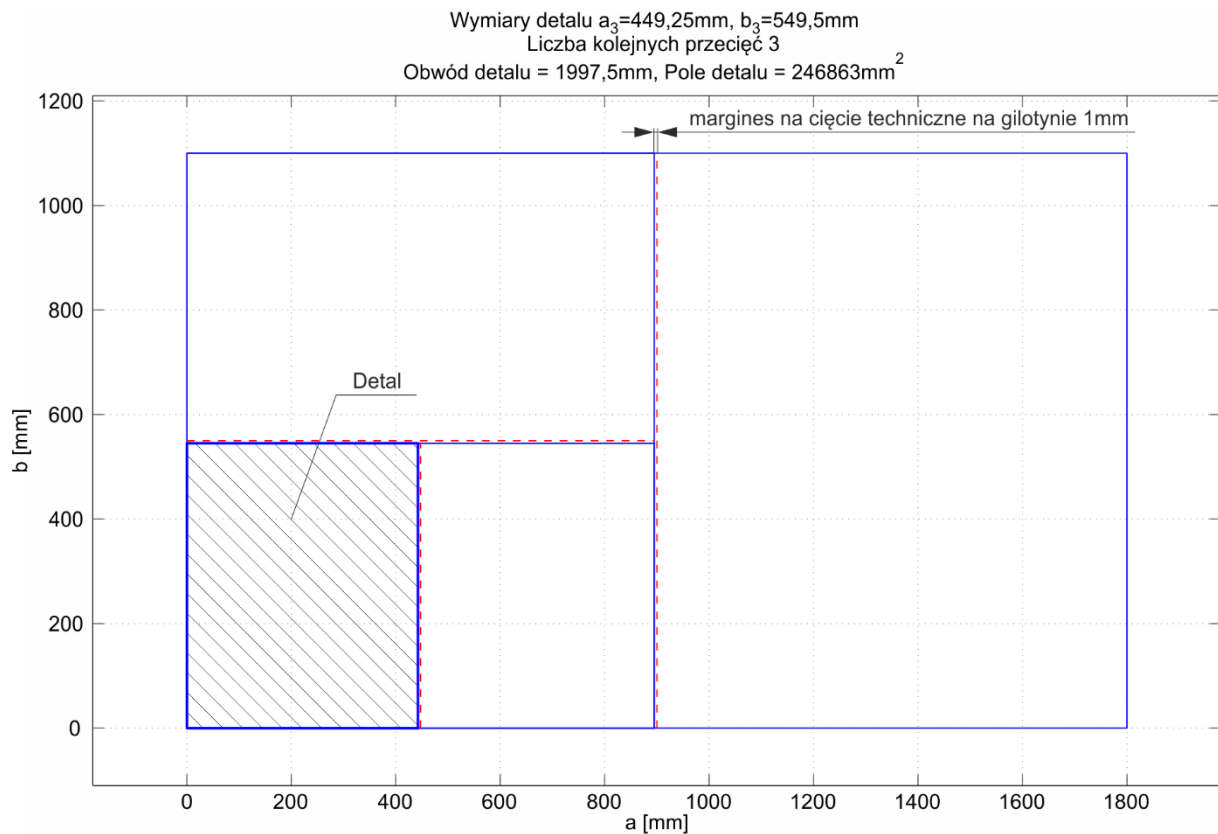
Rys. 1. Schemat do analizy pierwszych czterech liczb trójkątnych

Napisz program w dowolnym języku programowania pozwalający wyznaczyć  $n$  pierwszych liczb trójkątnych.

### Zadanie 4

Automatyczna gilotyna przecina na pół dowolny arkusz blachy wzdłuż dłuższego boku. Napisz program, który będzie obliczał wartość pola i obwodu prostokątnych detali (elementów) wyciętych z blachy, otrzymywanych przy kolejnych cięciach, zaczynając od jednego dużego arkusza o wymiarach początkowych  $a$  na  $b$  (patrz rys. 2).

Proszę pamiętać, że w operacji rozcinania należy uwzględnić 1 mm straty (margines na techniczne rozcięcie arkusza na gilotynie).



**Rysunek 2. Schemat przecinania arkusza blachy  $n$  razy wzdłuż dłuższego boku na gilotynie ( $a_0 = 1800\text{mm}$ ,  $b_0 = 1100\text{mm}$ ,  $n = 3$ )**

### Zadanie 5

Zbudowany przez studentów mini plażowy robot – krab piaskowy, przemieszcza się po plaży, zostawiając po sobie liniowy ślad. Robot może wykonywać (i powtarzać) tylko dwa polecenia:

- *Naprzód  $n$* , gdzie  $n$  – liczba kroków kraba piaskowego;
- *W\_prawo  $m$* , gdzie  $m$  – liczba stopni, o które krab piaskowy obróci zgodnie z ruchem wskazówek zegara.

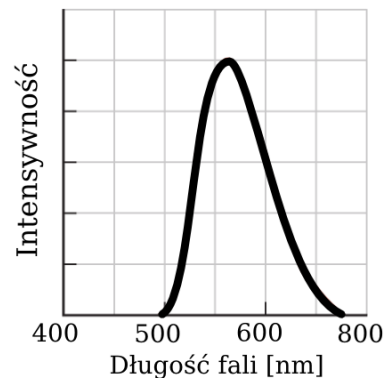
Instrukcja *Powtórz ( $k$ ; Polecenie\_1; Polecenie\_2)* oznacza, że krab powtórzy  $k$  razy parę poleceń: *Polecenie\_1* i *Polecenie\_2*.

Napisz jak powinien wyglądać program studenckiego kraba piaskowego, aby został na plaży wykreślony przez niego kształt pięciokąta foremnego?

## Fizyka

1. Niektóre modele telefonów mają wbudowany czujnik pola magnetycznego. Wartość pomiaru można odczytać za pomocą stosownego oprogramowania. Leżący obok autora zadania aparat wyświetla na ekranie następujący komunikat:  $X - 2 \mu\text{T}$ ,  $Y - 11 \mu\text{T}$ ,  $Z - 47 \mu\text{T}$ . Napięcie o jakiej maksymalnej wartości indukowane byłoby w tym miejscu przez cewkę o 100 zwojach, średnicy 1 m, wykonującej 1 obrót na sekundę?

2. Widmo światła wytwarzanego przez robaczka świętojańskiego przedstawiono na rysunku. Korzystając z praw dotyczących promieniowania termicznego (prawo Wiena) oblicz temperaturę jaka odpowiadałaby temu widmu. Czy możemy uznać, że odwłok robaczka pracuje jak maleńki piecyk?



3. W zbiorniku wystawionym na mróz  $-10^{\circ}\text{C}$  utworzyła się pięciocentymetrowa warstwa lodu. Oblicz szybkość dalszego tworzenia się lodu (np. w milimetrach na godzinę) przyjmując, że przewodnictwo cieplne lodu to  $2,2 \text{ W/m}^{\circ}\text{C}$ . Zakładamy, że woda traci ciepło tylko przez warstwę lodu a nie przez ścianki zbiornika.

4. Prędkość rozchodzenia się fali poprzecznej w napiętej linie można wyliczyć jako pierwiastek z ilorazu  $N/\rho$ , gdzie  $N$  jest naprężeniem liny wyrażonym w niutonach, a  $\rho$  jest gęstością liniową wyrażoną w kilogramach na metr. Wyprowadź wzór na zależność prędkości fali od wysokości  $h$  dla swobodnie wiszącej liny o masie  $m$  i długości  $l$ .

5. Oko przy widzeniu skotopowym jest wrażliwe na promieniowanie o natężeniu strumienia  $4 \cdot 10^{11} \text{ W/m}^2$  z maksimum przy długości fali około 500 nm. Jeżeli światło o tym natężeniu i tej długości fali pada na źrenicę oka o średnicy 8,5 mm to ile fotonów na sekundę pada na siatkówkę oka?