

BIEG PO INDEKS – edycja XXVIII

Etap I

Zestaw 1

Matematyka

Zadanie 1.

Dla jakich wartości parametru k równanie :

$$x^4 - 2kx^2 + k + 6 = 0$$

ma przynajmniej jeden pierwiastek rzeczywisty?

Zadanie 2.

Dany jest rosnący ciąg arytmetyczny, którego wyrazy spełniają warunki :

$$a_1 a_5 = 96, \quad a_2 + a_6 = 38.$$

Obliczyć sumę trzydziestu najmniejszych wyrazów tego ciągu podzielnych przez 3.

Zadanie 3.

Wiadomo, że $x + y = 5$ oraz $x^2 + y^2 = 15$. Obliczyć wartość wyrażen: $A = xy$, $B = x^3 + y^3$, $C = x^4 + y^4$.

Zadanie 4.

Płaszczyzna przekroju stożka przechodząca przez jego wierzchołek S , tworzy z płaszczyzną podstawy stożka kąt $\alpha = 60^\circ$. Obliczyć pole przekroju stożka, jeżeli promień podstawy stożka ma długość $r = 5$, a wysokość stożka ma długość $h = 3\sqrt{3}$.

Zadanie 5.

Ze zbioru liczb $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ wybieramy losowo i niezależnie dwie liczby p i q , a następnie tworzymy równanie $x^2 + 2px + q = 0$. Jakie jest prawdopodobieństwo, że równanie to:

- ma jeden (podwójny) pierwiastek rzeczywisty,
- nie ma pierwiastków rzeczywistych,

ma dwa różne pierwiastki rzeczywiste?

Informatyka

Zadanie 1.

Funkcja monitorująca działanie komputera uruchamia się regularnie co 30 sekund. Po każdym wykonaniu zwraca ona raport w postaci liczby szesnastkowej z przedziału od 00h do FFh. Liczba ta, po przedstawieniu w formacie binarnym, wykorzystuje każdy bit jako wskaźnik błędu. Wartość różna od 00h sygnalizuje wystąpienie błędów. Aby zidentyfikować przyczyny błędów, należy odnieść się do dokumentacji, gdzie kody błędów odpowiadają pozycjom znaczących bitów w odczytanej liczbie. Przykładowo, 01h oznacza błąd nr 1, a 03h wskazuje na błędy nr 1 i nr 2.

Stwórz program w dowolnym języku, który przeanalizuje zwróconą liczbę i wyświetli numery wykrytych błędów.

Zadanie 2.

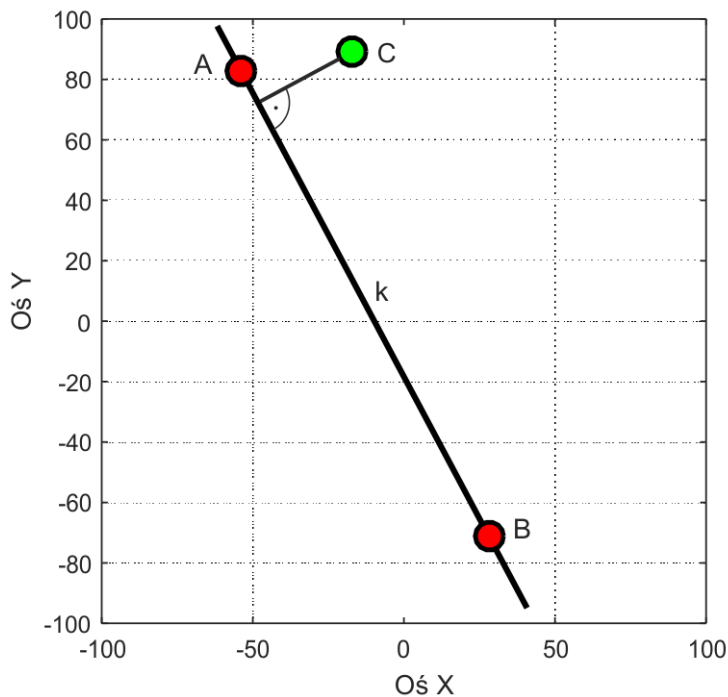
Należy stworzyć program kodujący tekst, który działa w ten sposób, że każdą kolejną literę przekształca na podstawie jej odległości od początku alfabetu oraz sumy przesunięć wynikających z poprzednich liter. Na przykład: tekst „aaaa” pozostanie „aaaa”, „bbbb” zostanie zakodowany jako „bcde”, a „kkkk” jako „kueo”.

Wskazówki:

1. Program powinien obsługiwać wyłącznie małe litery alfabetu łacińskiego.
2. Litera ‘a’ ma odległość 0, litera ‘b’ odległość 1, litera ‘c’ odległość 2, i tak dalej.
3. Po literze ‘z’ alfabet cyklicznie wraca do litery ‘a’.

Zadanie 3.

W dwuwymiarowym układzie współrzędnych dane są trzy punkty: A, B i C. Należy opracować program w wybranym języku programowania, który obliczy odległość punktu C od prostej k, wyznaczonej przez punkty A i B (zob. rysunek 1).



Rys. 1. Schemat do analizy położenia punktów A, B i C w dwuwymiarowym układzie współrzędnych

Zadanie 4.

Przedstaw schemat blokowy odpowiadający poniższemu fragmentowi kodu w języku C. Dodatkowo określ końcowe wartości zmiennych: `wsp1`, `wsp2` oraz ilość po zakończeniu działania algorytmu. Wyjaśnij również, jakie zadanie algebraiczne rozwiązuje przedstawiony kod.

Listing 4. Program w języku C realizujący pewne zadanie algebraiczne

```
#include <stdio.h>
#include <math.h>
int main(void)
{
    int par1 = 2;
    int par2 = 6;
    int par3 = 1;
    int ilosc = 0;
    double wsp_D = 0.0;
    double wsp1 = 0.0, wsp2 = 0.0;
    wsp_D = (double)(par2) * (double)(par2);
    wsp_D -= 4.0 * (double)(par1) * (double)(par3);
    if (wsp_D == 0.0) {
        wsp1 = -par2 / (2.0 * par1);
        ilosc = 1;
    }
    else if (wsp_D > 0.0) {
        ilosc = 2;
        wsp1 = (-par2 - sqrt(wsp_D)) / (2.0 * par1);
        wsp2 = (-par2 + sqrt(wsp_D)) / (2.0 * par1);
    }
    else {
        ilosc = 0;
    }
    return 0;
}
```

Zadanie 5.

Studenckie koło naukowe otrzymało od administratora sieci uczelnianej następującą podsieć: 192.168.0.0/17. Przewodniczący koła naukowego postanowił wykorzystać w pełni tę podsieć. Oto pytania na które należałoby odpowiedzieć przed przystąpieniem do administrowania tą siecią:

1. Jaki będzie adres sieci studenckiego koła naukowego?
2. Jaka powinna być maska sieciowa tej sieci?
3. Jaki będzie pierwszy dostępny adres dla hostów studenckich?
4. Jaki będzie ostatni dostępny adres dla hostów?
5. Ile hostów w tej nowej sieci przewodniczący koła studenckiego będzie mógł zaadresować?
6. Jaki będzie adres rozgłoszeniowy sieci (broadcast)?

Fizyka

6. We fragmencie pewnej instalacji hydraulicznej, w rurze o wewnętrznej średnicy 12 mm przepływa, z natężeniem 4,0 kg/min, ciecz o gęstości 0,805 g/cm³. Jaka jest prędkość przepływu (prędkość poruszania się cząstek cieczy) oraz z jaką prędkością poruszałaby się ona u wylotu, gdyby instalację zakończyć dyszą o średnicy 3 mm?
7. Rurka Pitot'a jest urządzeniem służącym np. do pomiaru prędkości samolotu względem powietrza, która to prędkość dla zachowania samolotu w czasie lotu jest zdecydowanie ważniejsza niż prędkość względem Ziemi. Głównym elementem całego urządzenia jest właśnie rurka taka jak na zdjęciu. Zapoznaj się z zasadą działania urządzenia i oblicz różnicę ciśnień dla prędkości samolotu 200 km/h lecącego na niewielkiej wysokości.



8. Łódka stoi w basenie (bez odpływu) niewiele większym od niej i ma na swoim pokładzie ciężką kotwicę. Rozważ, co się stanie z poziomem wody w basenie jeśli kotwicę wyrzucimy z łódki do basenu oraz gdy wyrzucimy ją na brzeg. Jako dodatek do zadania rozważ, jak zmienia się obciążenie mostu wodnego (na zdjęciu taki most w Magdeburgu) gdy wpływa na niego barka. Obciążenie (siła) rośnie czy maleje?.



9. Oblicz średnią prędkość ruchu elektronów w przewodniku o polu przekroju poprzecznego 1 mm^2 , w którym płynie prąd o natężeniu 5 A , przyjmując że przepływ prądu polega na jednostajnym ruchu swobodnych elektronów. Przyjmij, że każdy atom (przyjmijmy, że to jest miedź) dostarcza jednego elektron swobodny do sieci krystalicznej. Potrzebną gęstość miedzi oraz jej masę atomową znajdź w dostępnych źródłach.
10. Pewna cząstka wykonuje drgania harmoniczne. Zależność położenia od czasu dla tego ruchu wygląda jak na rysunku. Wyznacz amplitudę A tych drgań, okres T , pulsację ω i maksymalną prędkość v_m . Napisz równanie odpowiadające wykresowi funkcji na rysunku.

